

摘藻堂四庫全書薈要

子部

欽定四庫全書薈要

子部

御製數理精蘊下編卷三十八

詳校官主事臣陳木

欽定四庫全書薈要卷一萬八百六十一

子部

御製數理精蘊下編卷二十八

末部八

對數比例



對數比例

對數比例乃西士若往訥白爾所作以借數與真數對列成表故名對數表又有恩利格巴理知斯者復加增修行之數十年始至中國其法以加代乘以減代除以加倍代自乘故折半即開平方以三因代再乘故三歸即開立方推之至於諸乘方莫不皆以假數相求而得真數蓋為乘除之數甚繁而以假數代之甚易也其立數之原起於連比例蓋比例四率二率與三率相乘一

率除之得四率而遞加遞減之四數第二數第三數相

加減第一數則得第四數作者有見於此故設假數以

加減代乘除之用此表之所以立也然連比例之大者

莫如十百千萬蓋一與十十與百百與千千與萬萬與

十萬其數皆為一而遞進一位取其整齊而無奇零也

一為數之始以之乘除數皆不變故一之假數定為○

而十之假數定為一百之假數定為二千之假數定為

三萬之假數定為四十萬之假數定為五推之百千萬

億皆遞加一數此對數之大綱也其間之零數則用中
比例累求而得以首率末率兩真數相乘開方即得中
率之真數以首率末率兩假數相加折半即得中率之
假數又法用遞乘而得以真數遞次相乘其乘得之位
數即所得之假數此二法者理雖易明而數則甚繁也
又有遞次開方一法以真數遞次開方假數遞次折半
至於數十次使彼此皆可為比例而假數由之而生又
有相較之一法省開方之多次尤為甚捷至於他數之

可以乘除得者如二與三相乘而得六則以二之假數與三之假數相加即為六之假數又以二除十而得五則以二之假數與十之假數相減即為五之假數之類其不由乘除而得者則又以累乘累除之法求之此對數之細目也今為推其理考其數先詳作表之原次明用表之法使學者知作者之難而用之甚易甚勿以易而忘其難也

明對數之原之一

凡真數連比例四率任對設遞加遞減之較相等之
四假數其第二率相對之假數與第三率相對之
假數相加內減第一率相對之假數即得第四率
相對之假數若減第四率相對之假數即得第一
率相對之假數

真	假
二	一
四	二
八	三
一六	四

如二四八十六連比例四率任對設二
之假數為一四之假數為二八之假數
為三十六之假數為四其遞加遞減之

真	假
二	三
四	五
八	七
一六	九

真	假
二	一
四	二
八	三
一六	四

數皆為一以二率四相對之假數二與
三率八相對之假數三相加得五內減
一率二相對之假數一即得四率十六
相對之假數四若減四率十六相對之
假數四即得一率二相對之假數一或
以二之假數為三四之假數為五八之
假數為七十六之假數為九其遞加遞
減之數皆為二以二率四相對之假數
五與三率八相對之假數七相加內減

一率二相對之假數三即得四率十六
相對之假數九若減四率十六相對之
假數九即得一率二相對之假數三

明對數之原之二

凡真數連比例三率任對設遞加遞減之較相等之
三假數其中率相對之假數倍之內減首率相對
之假數即得末率相對之假數若減末率相對之
假數即得首率相對之假數

如一三九連比例三率任對設一之假

真	假
一	四
三	五
九	六

真	假
一	八
三	五
九	二

數為四三之假數為五九之假數為六
其遞加遞減之數皆為一以中率三相
對之假數五倍之得十內減首率一相
對之假數四即得末率九相對之假數
六若減末率九相對之假數六即得首
率一相對之假數四或以一之假數為
八三之假數為五九之假數為二其遞
加遞減之數皆為三以中率三相對之
假數五倍之內減首率一相對之假數

八即得末率九相對之假數二若減末
率九相對之假數二即得首率一相對
之假數八

明對數之原之三

凡真數連比例幾率任對設遞加遞減之較相等之
假數其中隔位取比例四率其第二率相對之假
數與第三率相對之假數相加內減第一率相對
之假數亦得第四率相對之假數若減第四率相
對之假數亦得第一率相對之假數

真	假
二	一
四	二
八	三
一六	四
三二	五
六四	六
一二八	七
二五六	八

如二四八十六三十二六十四一百二十八二百五十六連比例幾率任對設二之假數為一四之假數為二八之假數為三十六之假數為四三十二之假數為五六十四之假數為六一百二十八之假數為七二百五十六之假數為八其遞加遞減之數皆為一任取四八六十四一百二十八之四率以二率八相對之假數三與三率六十四相對之

真	假
一	一
四	二
八	三
一六	四
三二	五
六四	六
一二八	七
二五六	八

假數六相加得九內減一率四相對之
 假數二即得四率一百二十八相對之
 假數七若減四率一百二十八相對之
 假數七即得一率四相對之假數二

--	--	--	--	--	--	--	--	--

明對數之綱之一

凡假數皆可隨意而定然一之假數必定為○方與真數相應而真數連比例率十百千萬皆為一但遞進一位則其假數亦皆遞加一數

真	假
	一
—	〇
—	〇〇
—	〇〇〇
—	〇〇〇〇
—	〇〇〇〇〇
—	〇〇〇〇〇〇
—	〇〇〇〇〇〇〇
—	〇〇〇〇〇〇〇〇
—	〇〇〇〇〇〇〇〇〇

蓋乘除之數始於一故一不用乘亦不用除而加減之數始於○故○無可加亦無可減也假數既以加減代乘除故一之假數必定為○而一與十十與百百與千千與萬萬與十萬皆為加十倍

真	假
	一〇
	一一〇
	一二〇〇
	一三〇〇〇
	一四〇〇〇〇
	一五〇〇〇〇〇
	一六〇〇〇〇〇〇
	一七〇〇〇〇〇〇〇
	一八〇〇〇〇〇〇〇〇

千相對之假數三相加即得十萬相對
 之假數五亦為加二數也以一十除一
 千得一百為退一位以一十相對之假
 數一與一千相對之假數三相減即得
 一百相對之假數二亦為減一數也如
 或以十之假數定為二百之假數定為
 四千之假數定為六是為遞加二數未
 嘗不可然真數進一位者假數則加二
 數即不得與位數相同矣

明對數之綱之二

凡真數不同而位數同者其假數雖不同而首位必同真數相同而遞進幾位者其假數首位必遞加幾數而次位以後却相同

真	假
二	〇三〇一〇二九九九五七
三	〇四七七一二一二五四七
四	〇六〇二〇五九九九一三
五	〇六九九七〇〇〇四三
六	〇七七八一五一二五〇四

如自一至九真數皆為單位則假數首位皆為〇故二之假數為〇三〇一〇二九九九五七之假數為〇四七七一二一二五四七四之假數為〇六〇二〇五九九九一三之假數為〇六九九七〇〇〇四三之假數為〇七七八一五一二五〇四

真 假

一一	一〇四一三九二六八五二
一一〇	二〇四一三九二六八五二
一一〇〇	三〇四一三九二六八五二
一一〇〇〇	四〇四一三九二六八五二
一一〇〇〇〇	五〇四一三九二六八五二

九八九七〇〇〇四三六之假數為〇

七七八一五一二五〇四首位以後零

數遞增至十則首位皆為一至百則首

位皆為二至千則首位皆為三至萬則

首位皆為四至十萬則首位皆為五如

一十一一百一十一千一百一萬一千

一十一萬雖遞進一位而其數皆為一

一故其假數首位雖遞加一數而次位

以後皆同為〇四一三九二六八五二

明對數之目用中比例求假數法之一

凡連比例率以首率末率兩真數相乘開方即得中率之真數以首率末率兩假數相加折半即得中率之假數

真	假
—○	—○○○○○○○○○○
—○○	—○○○○○○○○○○
—○○○	—○○○○○○○○○○

如一十為首率一百為中率一千為末率以首率一十與末率一千相乘開平方得一百為中率以首率一十之假數一○○○○○○○○與末率一千之假數三○○○○○○○○

真	假
-○	-○○○○○○○○○○
-○○	-○○○○○○○○○○
-○○○	-○○○○○○○○○○

相加折半得二○○○○○○○○○○

○即中率一百之假數蓋首率末率相乘與中率自乘之數等以首率末率兩假數相加即與中率之假數加倍之數等故折半為中率之假數也

明對數之目用中比例求假數法之二

凡十百千萬之假數既定而欲求其間零數之假數則以前後相近之兩數一為首率一為末率求得中率之真數并求得中率之假數累次比例使中

	真	假
二次	三一六二二七七 五六二三四三二 一〇〇〇〇〇〇〇	〇五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 〇七五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三次	五六二三四三二 七四九八九四二一 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇七五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 〇八七五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

故以所得之中率復為首率十為末率
相乘開方得五六二三四一三二為第
二次之中率即以第二次之首率末率
兩假數相加折半得〇七五〇〇〇〇
〇〇〇〇〇為第二次中率之假數又以
第二次所得之中率復為首率十為末
率相乘開方得七四九八九四二一為
第三次之中率即以第三次之首率末
率兩假數相加折半得〇八七五〇〇

	真	假
四次	七四九八九四二一 八六五九六四三二 一〇〇〇〇〇〇〇〇	〇八七五〇〇〇〇〇〇 〇九三七五〇〇〇〇〇 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
五次	八六五九六四三二 九三〇五七二〇四 一〇〇〇〇〇〇〇〇	〇九三七五〇〇〇〇〇 〇九六八七五〇〇〇〇 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

〇〇〇〇〇為第三次中率之假數又

以第三次所得之中率復為首率十為

末率相乘開方得八六五九六四三二

為第四次之中率即以第四次之首率

末率兩假數相加折半得〇九三七五

〇〇〇〇〇為第四次中率之假數

又以第四次所得之中率復為首率十

為末率相乘開方得九三〇五七二〇

四為第五次之中率即以第五次之首

	真	假
五次	八六五 九三〇 一〇〇	九六四三二〇 〇九三七五〇〇〇〇 〇九六八七五〇〇〇〇 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
六次	八六五 八九七 九三〇	九六四三二〇 〇九三七五〇〇〇〇〇 〇九六八七五〇〇〇〇〇 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
七次	八九七 九三〇 九三〇	九六四三二〇 〇九三七五〇〇〇〇〇 〇九六八七五〇〇〇〇〇 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

率末率兩假數相加折半得〇九六八
 七五〇〇〇〇〇〇〇為第五次中率之假
 數此所得之中率較之末率去九為近
 故以第五次所得之中率復為末率仍
 以第五次之首率為首率相乘開方得
 八九七六八七一三為第六次之中率
 即以第六次首率末率兩假數相加折
 半得〇九五三一二五〇〇〇〇為第
 六次中率之假數由此遞推去九漸近

	真					假				
八次	八九九	七六一	六八九	七九八	一七九	〇九五	〇九五	〇九五	〇九五	〇九五
九次	九〇九	〇一七	七七一	七三三	七三三	〇九五	〇九五	〇九五	〇九五	〇九五
十次	八九九	八九九	六七一	七三七	七三七	〇九五	〇九五	〇九五	〇九五	〇九五

而即以相近之兩率比例相求得第七

次之中率為九一三九八一七〇其假

數為〇九六〇九三七五〇〇〇第八

次之中率為九〇一七九七七七其假

數為〇九五七〇三一二五〇〇第九

次之中率為九〇一七三三三三其假

數為〇九五五〇七八一二五〇第十

次之中率為八九九七〇七九六其假

數為〇九五四一〇一五六二五第十

真					假				
士	士	士	士	士	五	五	五	五	五
次	次	次	次	次	七	七	七	七	七
次	次	次	次	次	二	二	二	二	二
次	次	次	次	次	六	六	六	六	六
次	次	次	次	次	八	八	八	八	八
次	次	次	次	次	三	三	三	三	三
次	次	次	次	次	五	五	五	五	五
次	次	次	次	次	九	九	九	九	九
次	次	次	次	次	〇	〇	〇	〇	〇
次	次	次	次	次	六	六	六	六	六
次	次	次	次	次	八	八	八	八	八
次	次	次	次	次	二	二	二	二	二
次	次	次	次	次	七	七	七	七	七
次	次	次	次	次	三	三	三	三	三
次	次	次	次	次	五	五	五	五	五
次	次	次	次	次	九	九	九	九	九
次	次	次	次	次	〇	〇	〇	〇	〇
次	次	次	次	次	六	六	六	六	六
次	次	次	次	次	八	八	八	八	八
次	次	次	次	次	二	二	二	二	二
次	次	次	次	次	七	七	七	七	七
次	次	次	次	次	三	三	三	三	三
次	次	次	次	次	五	五	五	五	五
次	次	次	次	次	九	九	九	九	九
次	次	次	次	次	〇	〇	〇	〇	〇

一次之中率為九〇〇七二〇〇八其
 假數為〇九五四五八九八四三七第
 十二次之中率為九〇〇二一三八八
 其假數為〇九五四三四五七〇三一
 第十三次之中率為八九九九六〇八
 八其假數為〇九五四二二三六三二
 八第十四次之中率為九〇〇〇八七
 三七其假數為〇九五四二八四六六
 七九第十五次之中率為九〇〇〇二

	真				假			
十六次	八八九	九九〇	九九〇	九九〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇
十七次	八八九	九九〇	九九〇	九九〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇
十八次	八八九	九九〇	九九〇	九九〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇
十九次	八八九	九九〇	九九〇	九九〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇

四一二其假數為〇九五四二五四一

五〇三第十六次之中率為八九九九

九二五〇其假數為〇九五四二三八

八九一五第十七次之中率為九〇〇〇

〇〇八二一其假數為〇九五四二四

六五二〇第十八次之中率為九〇

〇〇〇〇四一其假數為〇九五四二

四二七〇六二第十九次之中率為八

九九九九六五〇其假數為〇九五四

				真				假							
九	六	三	六	四	二	四	二	九	六	三	六	四	二	四	二
八	二	三	九	九	九	九	九	八	二	三	九	九	九	九	九
七	七	七	七	七	七	七	七	七	七	七	七	七	七	七	七
〇	一	二	三	四	五	六	七	〇	一	二	三	〇	一	二	三
四	四	四	四	四	四	四	四	四	四	四	四	四	四	四	四
三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三
五	五	五	五	五	五	五	五	五	五	五	五	五	五	五	五
九	九	九	九	九	九	九	九	九	九	九	九	九	九	九	九
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
五	四	〇	四	四	四	四	四	五	四	〇	四	五	四	〇	四
六	八	〇	八	八	八	八	八	六	八	〇	八	六	八	〇	八
九	九	〇	九	九	九	九	九	九	九	〇	九	九	九	〇	九
九	九	〇	九	九	九	九	九	九	九	〇	九	九	九	〇	九
八	八	〇	八	八	八	八	八	八	八	〇	八	八	八	〇	八
八	八	〇	八	八	八	八	八	八	八	〇	八	八	八	〇	八
三	次	三	次	三	次	三	次	三	次	三	次	三	次	三	次

二四〇七九八九第二十次之中率為

八九九九九八四五其假數為〇九五

四二四一七五二六第二十一次之中

率為八九九九九四三其假數為〇

九五四二四二二二九四第二十二次

之中率為八九九九九九二其假數

為〇九五四二四二四六七八第二十

三次之中率為九〇〇〇〇〇一六其

假數為〇九五四二四二五八七〇第

	真				假											
五次	八	九	九	九	二	〇	九	五	四	二	四	二	四	二	七	八
五次	九	〇	〇	〇	〇	四	〇	九	五	二	二	二	四	二	五	七
五次	九	〇	〇	〇	〇	一	〇	〇	〇	六	〇	〇	四	二	五	八
五次	八	九	九	九	九	二	〇	九	五	四	二	二	四	二	六	七
五次	九	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	四	二	二	四	二	五	七
五次	八	九	九	九	九	八	〇	九	五	二	二	二	四	二	九	七
五次	九	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	四	二	二	四	二	五	七

二十四次之中率為九〇〇〇〇〇〇〇〇

四其假數為〇九五四二四二五二七

四第二十五次之中率為八九九九九

九九八其假數為〇九五四二四二四

九七六至第二十六次之中率則恰得

九〇〇〇〇〇〇〇〇其假數為〇九五

四二四二五一二五即所求之假數也

然所得中率雖為九而七空位之後尚

有奇零故所得之假數猶為稍大故開

方之位數愈多則所得之假數愈密也

明對數之目用遞次自乘求假數法之一

凡連比例率之自小而大者以第一率之真數遞次自乘即得加倍各率之真數以第一率之假數遞次加倍即得加倍各率之假數而以各率之假數按率除之即得第一率之假數

率	真	假
一	二〇三〇一〇二九九九五七	
二	四〇六〇二〇五九九九一三	
四	一六二四〇一九九八二六	

如以二為連比例第一率其假數為三〇一〇二九九九五七以第一率之真數二自乘得四為第二率之真數以第一率之假數〇三〇一〇二九九九

率	真	假
一	二〇三〇一	二九九九五七
二	四〇六〇二	五九九九一三
四	一六一二〇四	一九九八二六

五七加倍得〇六〇二〇五九九九一
三為第二率之假數而以第二率之假
數用二除之即得第一率之假數又以
第二率之真數四自乘得十六為第四
率之真數以第二率之假數〇六〇二
〇五九九九一三加倍得一二〇四一
一九九八二六為第四率之假數而以
第四率之假數用四除之即得第一率
之假數也

明對數之目用遞次自乘求假數法之二

凡連比例率自小而大者其假數之首位既因真數之位數而遞加故求假數者以所求之真數為連比例第一率遞次自乘即得加倍各率之真數以第一率假數之首位遞次加倍即得加倍各率之假數而真數自乘又進一位者則假數加倍後又加一數而以各率之假數按次除之即得所求第一率之假數

如求二之假數則以二為連比例第一

率	真	假
一	二	〇
二	四	〇
四	一六	一
八	二五六	二
一六	六五五三六	四
三二	四二九四九六七二九六	九

率是為單位故傍紀○即第二率之假
 數首位為○也又以第一率之真數二
 自乘得四為第二率之真數仍為單位
 故傍亦紀○即第二率之假數首位亦
 為○也又以第二率之真數四自乘得
 十六為第四率之真數是為進前一位
 故傍紀一即第四率之假數首位為一
 也又以第四率之真數十六自乘得二
 百五十六為第八率之真數以第四率

率	真	假
一		〇
二		〇
四		二
八		二
六	二	二
三	六	四
	五	九
	五	六
	三	六
	六	九
	七	六
	二	九
	九	六
	四	六
	九	六
	四	六
	二	九

之假數一倍之得二是為進前二位故
 傍紀二即第八率之假數首位為二也
 又以第八率之真數二百五十六自乘
 得六萬五千五百三十六為第十六率
 之真數以第八率之假數二倍之得四
 是為進前四位故傍紀四即第十六率
 之假數首位為四也又以第十六率之
 真數六萬五千五百三十六自乘得四
 十二億九千四百九十六萬七千二百

	真	假
半		〇
一		〇
二		一
四		二
八		四
一六		九
三二	四二九四九六七二九六	
	六五五三六	
	二五六	
	一六	
	四	
	二	

九十六為第三十二率之真數以第十六率之假數四倍之得八又因第十六率真數自乘所得首位乃逢十又進一位之數故將假數加倍所得之八又加一得九是為進前九位故傍紀九即第三十二率之假數首位為九也由此遞乘至第一萬六千三百八十四率之真數則自單位以前共得四千九百三十二位故傍紀四九三二為第一萬六千

率	假
一六三八四	四九三二
一三七四四六九五三四七二	四一三七五六五三三〇七
	一〇三〇一〇二九九九五六

三百八十四率之假數以一萬六千三

百八十四除之得〇三〇一〇〇即為第

一率二之假數蓋以一萬除四千為實

不足法一倍則其首位必為〇也然其

位數尚少故僅得五位若再遞乘至第

一千三百七十四億四千六百九十五

萬三千四百七十二率之真數則目單

位以前共得四百一十三億七千五百

六十五萬五千三百零七位即其假數

平	假
一六三八四	四九三二
一三七四四六九五三四七二	四一三七五六五五三〇七
	一〇三〇一〇二九九九五六

為四一三七五六五五三〇七以率數
除之得〇三〇一〇二九九九五六
即為第一率二之假數也此法蓋因真
數進一位則假數首位加一數今遞乘
所得之真數既得若干位則其假數首
位必加若干數乃以首位為單位遞進
向前者也而連比例各率之假數以率
數除之即得第一率之假數故以率數
除之所得第一率之假數為首位以後

之零數也

明對數之目用遞次開方求假數法之一

凡連比例率之自大而小者以第一率之真數遞次開方即得加倍各率之真數以第一率之假數遞次折半即得加倍各率之假數而以各率之假數按率乘之即得第一率之假數

率	真	假
一	二五六二四〇八二三九九六五三	
二	一六一二〇四一一九九八二六	
四	四〇六〇二〇五九九九一三	

如以二百五十六為連比例第一率其假數為二四〇八二三九九六五三以第一率之真數二百五十六開方得十六為第二率之真數以第一率之假數

率	真	假
一	二五六	二四〇八二三九九六五三
二	一六	一〇四一一九九八二六
四	四	〇六〇二〇五九九一三

二四〇八二三九九六五三折半得一
 二〇四一一九九八二六為第二率之
 假數而以第二率之假數用二乘之即
 得第一率之假數又以第二率之真數
 十六開方得四為第四率之真數以第
 二率之假數一二〇四一一九九八二
 六折半得〇六〇二〇五九九一三
 為第四率之假數而以第四率之假數
 用四乘之即得第一率之假數

明對數之目用遞次開方求假數法之二

凡遞次開方率皆用二倍蓋真數開方假數折半而折半即二歸故遞次折半之假數以遞次加倍之率數乘之即得第一率之假數

如原數為第一率加倍得二為第一次

開方之率數

蓋折半即二歸以二歸者復用二乘必仍得原數也

又加倍得四為第二次開方之率數

蓋折

半二次即四歸以四歸者復用四乘必亦得原數也

遞次加倍則

第三次之率為八第四次之率為十六

一	二
二	四
三	八
四	一六
五	三二
六	六四
七	一二八
八	二五六
九	五一二
一〇	一〇二四

一	二	三	四
二	三	四	五
三	四	五	六
四	五	六	七
五	六	七	八
六	七	八	九
七	八	九	〇
八	九	〇	一
九	〇	一	二
〇	一	二	三

一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
二	三	四	五	六	七	八	九	〇	一
三	四	五	六	七	八	九	〇	一	二
四	五	六	七	八	九	〇	一	二	三
五	六	七	八	九	〇	一	二	三	四
六	七	八	九	〇	一	二	三	四	五
七	八	九	〇	一	二	三	四	五	六
八	九	〇	一	二	三	四	五	六	七
九	〇	一	二	三	四	五	六	七	八
〇	一	二	三	四	五	六	七	八	九

一	二	三	四	五	六	七	八	九	〇
二	三	四	五	六	七	八	九	〇	一
三	四	五	六	七	八	九	〇	一	二
四	五	六	七	八	九	〇	一	二	三
五	六	七	八	九	〇	一	二	三	四
六	七	八	九	〇	一	二	三	四	五
七	八	九	〇	一	二	三	四	五	六
八	九	〇	一	二	三	四	五	六	七
九	〇	一	二	三	四	五	六	七	八
〇	一	二	三	四	五	六	七	八	九

第五次之率為三十二第六次之率為

六十四第七次之率為一百二十八第

八次之率為二百五十六第九次之率

為五百一十二第十次之率為一千零

二十四第二十次之率為一百零四萬

八千五百七十六第三十次之率為十

億七千三百七十四萬一千八百二十

四第四十次之率為一兆零九百九十

五億一千一百六十二萬七千七百七

三一	二一四七四八三六四八
三二	四二九四九六七二九六
三三	八五八九九三四五九二
三四	一七一一七九八六九一八四
三五	三四三五九七三八三十八
三六	六八七一四七六六三六
三七	一三七四三八九五三四七二
三八	二七四八七九〇六九四四
三九	五四九七五五八一三八八八
四〇	一〇九九五一一六二七七六六

四一	二一九九〇二五二五五五五二
四二	四三九八〇四六五一一一〇四
四三	八七九六〇九三〇二二二〇八
四四	一七五九二一八六〇四四四一六
四五	三五一八四三七二〇八八八三二
四六	七〇三六八七四四一七七六六四
四七	一四〇七三五七四八八三五五二八
四八	二八一四七四九七六七一〇六五六
四九	五六二九四九九五三四二一三一二
五〇	一一二五八九九九〇六八四二六二四

十六第五十次之率為一千一百二十
 五兆八千九百九十九億零六百八十
 四萬二千六百二十四凡有真數求假
 數皆以所求之數為第一率真數開方
 幾次則假數必折半幾次今雖無第一
 率之假數而苟得其折半第幾次之假
 數則加倍幾次必得第一率之假數故
 以加倍第幾次之率數與折半第幾次
 之假數相乘即得第一率之假數也

明對數之目用遞次開方求假數法之三

凡真數不可與假數為比例者因真數開方假數折半其相比之分數不同若開方至於數十次則開方之數即與折半之數相同故假數即可用真數比例而得是以凡求假數者皆以其真數開方至幾十次與此所得之假數相比即得其開方第幾十次之假數按前率數乘之即得所求之假數

如真數為一十假數為一〇以真數一

十開方得三一六二二七七六六〇一

	一〇
次	三一六二二七七六六〇一六八三七九三三一九九八八九三五四
次	一七七八二七九四一〇〇三八九二三八〇一一九七三〇四一三
次	一三三三五二一四三二一六三三三二四〇二五六六五三八九三〇八
次	一一五四七八一九八四六八九四五八一七九六六一九一八二一三
次	一〇七四六〇七八二八三二一三一七四九七二一三八一七六五三八

六八三七九三三一九九八八九三五

四第二次開方得一七七八二七九四

一〇〇三八九二二八〇一一九七三

〇四一三第三次開方得一三三三五

二一四三二一六三三二四〇二五六

六五三八九三〇八第四次開方得一

一五四七八一九八四六八九四五八

一七九六六一九一八二一三第五次

開方得一〇七四六〇七八二八三二

率	一	二	七	八	一	九	一	四	九	三	二	〇	〇	三	二	三	五
率	五	五	五	一	一	一	五	一	二	三	一	二	五	七	八	二	七
率	一	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
率	四	三	四	二	九	四	四	八	一	九	〇	三	二	五	一	八	〇

一五一二三一二五七八二七〇即為

第五十四次開方之假數於是以真數

之零數一二七八一九一四九三二〇

〇三二三五為一率假數之零數五五

五一一一五一二三一二五七八二七

〇為二率真數之零數一為三率一率為十

七位則三率亦加十得四率四三四二

九四四八一九〇三二五一八〇四即

為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

一	二	三	四	五	六	七	八	九	一〇
一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇
一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇
一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇
一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇
一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇
一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇
一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇
一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇
一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇	一〇

如求二之假數則以二為連比例第一
 率遞次乘之第二率得四第三率得八
 第四率得十六第五率得三十二第六
 率得六十四第七率得一百二十八第
 八率得二百五十六第九率得五百一
 十二第十率得一千零二十四是首位
 既得一又得一空位乃以此數命為第
 一率其首位之一千命為單位開方得
 一〇一一九二八八五一二五三八八

	一〇二四
一	一〇一八九二八八五一二五三八八一三八六二三九七
二	一〇〇五九四六七四三七四六三四八三二六六五四二四
三	一〇〇二九六八九六四四九八〇七八七三七三六二六八
四	一〇〇一四八三三八二〇三七九〇四一八〇三〇一八三八

一三八六二三九七第二次開方得一

〇〇五九四六七四三七四六三四八

三二六六五四二四第三次開方得一

〇〇二九六八九六四四九八〇七八

七三七三六二六八第四次開方得一

〇〇一四八三三八二〇三七九〇四

一八〇三〇一八三八第五次開方得

一〇〇〇七四一四一六一六九九八

三五三三六二四九〇第六次開方

五	一〇〇〇七四一四一六一六九九八三五三三六二四九〇六
六	一〇〇〇三七〇六三九三九八二一〇〇一四〇七一七六一五
七	一〇〇〇一八五三〇二五三〇五九一〇八五三〇五八二七七
一七	一〇〇〇〇〇〇一八〇九四二七五四八四四四三三三六三九五〇一五四四
二七	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七六七〇一八九三〇五七〇一四一九四八二六二

得一〇〇〇三七〇六三九三九八二

一〇〇〇一四〇七一七六一五第七次

開方得一〇〇〇一八五三〇二五三

〇五九一〇八五三〇五八二七七如

此遞次開方至第十七次則得一〇〇

〇〇〇一八〇九四二七五四八四

四五三四三六三九五〇一五四四第

二十七次則得一〇〇〇〇〇〇〇〇

〇一七六七〇一八九三〇五七〇一

一〇二四	〇〇一〇二九九五六六三九八一一九五二六五
一〇二四	三〇一〇二九九五六六三九八一一九五二六五
二	〇三〇一〇二九九五六六三九八一一九五二六五

五即為第一率一〇二四之假數蓋開方第

四十七次之假數為十八位前十七空位共三十五位今相乘得三十三位故

前止有二空位亦共三十然一〇二四五位也此截用二十一位

首位之一開方雖命為單位而其實則

為千位千之假數首位應為三故首位

加三得三〇一〇二九九五六六三

九八一一九五二六五是為一千零二

十四之假數又因一千零二十四為二

之連比例第十率故以十歸之得〇三

○一〇一九九九五六六三九八一
九五二六五即為所求之連比例第一
率二之假數也

明對數之目用遞次開方求假數法之五

凡求假數真數開方之次數愈多則所得之假數愈
密然用假數不過至十二位觀前遞次開方表內
至九空位以後其開方之數與折半之數已同七
位其零數所差甚微故真數開方至二十七次即
可以立率

真一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

假〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四三四二九四四八一八七四一四七九九七二〇六九五

三四〇二八〇九二三二六三八三九

九二七七七為一率其假數十一空位

後之零數五八二〇七六六〇九一三

四六七四〇七二二六五六二五為二

率真數之零數一為三率

一率為二十位則三率

亦加二十空位以足其分得四率四三四二九四四

八一八七四一四七九九七二〇六九

五五即為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一

之假數前一仍為十一空位乃即用此

一〇二四	〇〇一〇二九九五六六四〇〇
二	〇三〇一〇二九九五六六四〇

○二四開方第二十七次之假數前亦

仍為十一空位以加倍二十七次之率

數一三四二一七七二八乘之得〇

一〇二九九九五六六四〇〇即為第

一率一〇二四之假數與前法所得之

數同前法得三九八收之亦為四〇

以後奇零微有不合止截用十二

位再按前法首位加三而以率數十歸

之即得〇三〇一〇二九九五六六四〇〇為二之假數也此法較之前法開

方省二十次而所得之數同故求假數者用此法亦便也

明對數之目用遞次開方求假數法之六

凡開方之數與折半之數雖不同然而不同之較遞次漸少故又有相較之法至開方第十次以後則以較數相減即得開方之數

一	六
二	三六
三	二一六
四	一二九六
五	七七七六
六	四六六五六
七	二七九九三六
八	一六七九六一六
九	一〇七七七九六

如求六之假數以六為連比例第一率遞次乘之得連比例第九率為一千零七萬七千六百九十六乃以此數命為

	一〇〇七七六九六
一	一〇〇〇三八七七二八三三三六九九五五六六三八四六五五一
二	一〇〇〇一九三六七六六一三六九四六六一六七五八七〇二二九
三	一〇〇〇〇九六七七一四六三九〇九九〇一七二八八九〇七二〇
四	一〇〇〇〇四八三八四〇二六八八四六六二九八五四九二五三五

第一率其首位之一千萬命為單位開

方得一〇〇〇三八七七二八三三三三六

九六二四五六六三八四六五五一第

二次開方得一〇〇〇一九三六七六六

一三六九四六六一六七五八七〇二

二九第三次開方得一〇〇〇九六七

九一四六三九〇九九〇一七二八八

九〇七二〇第四次開方得一〇〇〇

四八三八四〇二六八八四六六二九

四	一〇〇〇	四八三八四〇	二六八八四〇	六六二九八五	四九二五三五
五	一〇〇〇	二四一八九〇	八七八二〇	六八五六三八	〇八七二七
		二四一九二〇	一三四四二〇	三三一四九二	四六二六七
			二九二五五九	八六二九二八	九三七五四〇

八五四九二五三五第五次開方得一

〇〇〇二四一八九〇八七八八二四

六八五六三八〇八七二七與第四次

開方所得折半之數漸近乃以第四次

開方所得數折半首位之一不折半蓋首位之一諸次開方

皆同其數不變也得二四一九二〇一三四四

二三三一四九二七四六二六七與第

五次開方所得數相減餘二九二五五

五九八六二九二八九三七五四〇為

六	一〇〇〇	一〇九三八	一〇六三九七	一〇四四九四	一〇三九一九四
	一二〇九四	五四三九四	一二三四二	八一九〇	四三六三
	七三一三	〇一五二〇	八二二四六	五一六九	
	七三一三八	九九六五七	三二二三四	三八五	
			八八四四四	九九七六九	二一五

第五次之較設使有第五次之較則將

第四次開方所得數折半內減第五次

之較即第五次開方所得數然第五次

之較乃與第五次開方數相減而得故

第五次猶必用開方也第六次開方得

一〇〇〇〇一二〇九三八一二六三九

七一三四五九四三九一九四又以第

五次開方所得數折半得一二〇九四

五四三九四一二三四二八一九〇四

六 一 一 一 一 一 二 九 三 八 一 二 六 三 九 七 一 三 四 五 九 四 三 九 一 九 四
 一 二 一 九 五 四 三 九 四 一 二 三 四 二 八 一 九 〇 四 三 六 三
 七 三 一 三 一 一 五 二 〇 八 二 二 四 六 五 一 六 九
 七 三 一 三 八 九 九 六 五 七 三 二 二 三 四 三 八 五
 八 八 四 四 四 九 〇 九 七 六 九 二 一 五

三六三與第六次開方所得數相減餘
 七三一三〇一五二〇八二二四六五
 一六九為第六次之第一較又將第五
 次之較四歸之得七三一三八九九六
 五七三二二三四三八五與第六次之
 第一較相減餘八八四四九〇九七
 六九二一五為第六次之第二較設使
 有第二較則將第五次之較四歸之內
 減第六次之第二較即為第六次之第

七〇〇〇〇〇六〇四六七二三五〇五五三〇九六八〇一六〇〇五
 六〇四六九〇六三一九八五六七二九七一九五九七
 一八二八一四三二五七六一七〇三五九二
 一八二八二五三八〇二〇五六一六二九二
 一一〇五四四四三九一二七〇〇
 一一〇五五六一三七二一五二
 一一六九八〇八四五二

一較將第五次開方所得數折半內減
 第六次之第一較即第六次開方所得
 數然第二較乃與第一較相減而得而
 第一較乃與第六次開方數相減而得
 故第六次猶必用開方也第七次開方
 得一〇〇〇〇〇六〇四六七二三五〇
 五五三〇九六八〇一六〇〇五又以
 第六次開方所得數折半得六〇四六
 九〇六三一九八五六七二九七一九

七一〇〇〇〇六〇四六七二三五〇五五三〇九六八〇一六〇〇五
六〇四六九〇六三一八九五六七二九七一九五九七
一八二八一四三二五七六一七〇三五九二
一八二八二五三〇二〇五六一六二九二
一一〇五四四四三九一二七〇〇
一一〇五五六一三七二一一五二
一一六九八〇八四五二

五九七與第七次開方所得數相減餘
一八二八一四三二五七六一七〇三
五九二為第七次之第一較又將第六
次之第一較四歸之得一八二八二五
三八〇二〇五六一六二九二與第七
次之第一較相減餘一一〇五四四
三九一二七〇〇為第七次之第二較
又將第六次之第二較八歸之得一
五五六一三七二一一五二與第七

七	一	〇	〇	〇	六	〇	四	六	七	二	三	五	〇	五	五	三	〇	九	六	八	〇	一	六	〇	〇	五
六	〇	四	六	九	〇	六	三	一	九	八	五	六	七	二	九	七	一	九	五	九	七					
一	八	二	八	一	四	三	二	五	七	六	一	七	〇	三	五	九	二									
一	八	二	八	二	五	三	八	二	〇	五	六	一	六	二	九	二										
一	一	〇	五	四	四	四	三	九	一	二	七	〇	〇													
一	一	〇	五	五	六	一	三	七	二	一	一	五	二													
一	一	六	九	八	〇	八	四	五	二																	

次之第二較相減餘一一六九八〇八
 四五二為第七次之第三較設使有第
 三較則將第六次之第二較八歸之內
 減第七次之第三較即為第七次之第
 二較將第六次之第一較四歸之內減
 第七次之第二較即為第七次之第一
 較將第六次開方所得數折半內減第
 七次之第一較即第七次開方所得數
 然第三較乃與第二較相減而得第二

一	七	八	四	七
二	六	九	八	五
三	六	九	八	五
四	七	一	一	二
五	七	一	四	〇
六	七	一	四	〇
七	一	四	〇	八
八	〇	一	九	〇
九	〇	一	九	〇
十	一	二	一	八
十一	一	五	〇	六
十二	〇	六	〇	七
十三	一	四	五	二
十四	八	〇	五	二
十五	二	〇	一	二
十六	五	〇	〇	〇
十七	〇	〇	〇	〇
十八	〇	〇	〇	〇
十九	〇	〇	〇	〇
二十	〇	〇	〇	〇

之第四較三十二除之不足一倍故無

第四較而以第十次之第三較十六除

之得一七八四七即為第十一次之第

三較將第十次之第二較八歸之得二

六九八五八八九七六內減第十一次

之第三較餘二六九八五七一一二九

即為第十一次之第二較將第十次之

第一較四歸之得七一四〇八〇六七

八七六一五四二內減第十一次之第

一〇〇七七六九六七〇〇三三六一二五三四五

六〇七七八一五一二五〇三八

即為開方第二十三次之假數前則為

十空位

二率有十四位而其前為十一空位今四率得十五位故前為

十空位

以加倍二十三次之率數八三八

八六〇八乘之得〇〇〇三三六一二

五三四五

蓋開方第二十三次之假數為十五位并前十空位共二

十五位今相乘得二十二位故前止有三空位亦共為二十五位也此截用十

二即為第一率一〇〇七七六九六之

假數然首位之一開方雖命為單位其

實則為千萬千萬之假數首位應為七

一〇〇七七六九六七〇〇三三六一二五三四五

六〇七七八一五一二五〇三八

故首位為七得七〇〇三三六一二五三四五是為一千零七萬七千六百九十六之假數又因其為連比例第九率故用九歸之得〇七七八一五一二五〇三八即為連比例第一率六之假數也

明對數之目用遞次開方求假數法之七

凡求假數先求得一至九一一至一九一〇一至一

〇九一〇〇一至一〇〇九以及三〇位零一至

九四空位零一至九五空位零一至九六空位零一至九七空位零一至九八空位零一至九九空位零一至九九之九九數而他數皆由此生然此九十九數內有以兩數相乘除而得者則以兩假數相加減即為所求真數之假數至五空位以後則又可以比例而得不必逐一而求也

如一至九之九數惟二三七之三數用前遞次開方求假數法求之至於四則係二與二相乘所得之數故以二之假

三	〇	三	〇	一	〇	二	九	九	九	五	六	六
四	〇	六	〇	二	〇	五	九	九	九	一	三	三
八	〇	九	〇	三	〇	八	九	九	八	六	九	九
一	〇	一	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
二	〇	三	〇	一	〇	二	九	九	九	〇	五	六
五	〇	六	九	八	九	七	〇	〇	〇	四	三	四

數〇三〇一〇二九九九五六六倍之

得〇六〇二〇五九九九一三三即為

四之假數至於五係以二除十所得之

數故以二之假數與十之假數相減餘

〇六九八九七〇〇〇四三四即為五

之假數至於六係二與三相乘所得之

數故以二之假數與三之假數相加得

〇七七八一五一二五〇三八即為六

之假數或先得六之假數內減二至於

之假數即得三之假數

至於

二	〇	三	〇	一	〇	二	九	九	五	六	六
三	〇	四	七	七	一	二	一	二	五	四	七
六	〇	七	七	八	一	五	一	二	五	〇	三

三	〇	四	七	七	一	二	一	二	五	四	七
九	〇	九	五	四	二	四	二	五	〇	九	四

八係二與四相乘所得之數故以二之

假數與四之假數相加得〇九〇三〇

八九九八六九九即為八之假數至於

九係三與三相乘所得之數故以三之

假數〇四七七七一二一二五四七二倍

之得〇九五四二四二五〇九四四即

為九之假數或先得九之假數折半即得三之假數如一

一至一九之九數惟一三一七一

九之四數用前遞次開方求假數法求

二	〇三〇一〇二九九九五六六
六	〇七七八一五一二五〇三八
一二	一〇七九一八一二四六〇四
一二	〇〇七九一八一二四六〇四

之至於一二係二與六相乘所得之數

故以二之假數與六之假數相加得一

〇七九一八一二四六〇四為一十二

之假數內減首位之一餘〇〇七九一

八一二四六〇四即為一二之假數蓋自

一一至九空位零九其首位之一皆為

單位首位以下為小餘試將一十二以

十除之仍得一則其首位之一即為

單位二為小餘故於十二之假數內減

首位之一即減去十之假數

而所餘為一二之假數也

至於一四

乃二與七相乘所得之數故以二之假

二	〇三〇一〇二九九五六六
七	〇八四五〇九八〇四〇〇一
一四	一一四六一二八〇三五六七
一四	〇一四六一二八〇三五六七

三	〇四七七一一二二五四七二
五	〇六九八九七〇〇四三四
一五	一一七六〇九一二五九〇六
一五	〇一七六〇九一二五九〇六

數與七之假數相加得一四六一二

八〇三五六七為一十四之假數內減

首位之一餘〇一四六一二八〇三五

六七即為一四之假數至於一五乃三

與五相乘所得之數故以三之假數與

五之假數相加得一七六〇九一二

五九〇六為一十五之假數內減首位

之一餘〇一七六〇九一二五九〇六

即為一五之假數餘皆倣此

詳見對至
數闡微

率	一	〇	九	七	九	五	八	七	三	五
率	四	七	六	八	三	七	一	五	八	二
率	一	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
率	四	三	四	二	九	四	三	〇	〇	〇

於一〇〇〇〇〇〇一以後之假數則即

可用前遞次開方表內相近數比例而

得之如求一〇〇〇〇〇〇〇一之假數則

以前表內開方第二十一次真數五空

位後之零數一〇九七九五八七三五

為一率截用十位其假數七空位後之

零數四七六八三七一五八二為二率

亦截用十位今真數之零數一為三率添九空位

以足得四率四三四二九四三有餘前

其分

一〇〇〇〇一	〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇三四二九
一〇〇〇〇二	〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇八六八五九
一〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇一三〇二八八

亦仍為七空位

因假數止用十二位故四率止求七位并七空

位為十四位已為足用

截前十二位得

〇〇〇〇〇〇〇〇

〇〇〇〇四三四二九即為一〇〇〇〇〇〇〇〇

〇一之假數二因之得

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

〇八六八五九

第十三位滿五則進一數餘做此

即為

一〇〇〇〇〇〇〇二之假數三因之得

〇〇〇〇〇〇〇一三〇二八八即為一〇

〇〇〇〇〇三之假數又以前表內開方

第十九次真數五空位後之零數四三

一〇〇〇〇〇四	〇〇〇〇〇〇一七三七一七
一〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇二一七一四七
一〇〇〇〇〇六	〇〇〇〇〇〇二六〇五七六

之假數四歸五因

將一〇〇〇〇〇四之假數四歸五因者

因欲得一〇〇〇〇〇一之假數而以五因之也 得〇〇〇〇〇〇

〇〇〇二一七一四七即為一〇〇〇〇〇〇

〇五之假數將所得一〇〇〇〇〇〇〇四

之假數四歸六因得〇〇〇〇〇〇〇二

六〇五七六即為一〇〇〇〇〇〇〇六之

假數又以前表內開方第十八次真數

五空位後之零數八七八三七〇三六

三四為一率其假數六空位後之零數

四	三	六	三	〇	七	八	三	八	七	八	半
五	六	二	七	九	六	四	一	八	三	八	半
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	七	半
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	三	半

三八一四六九七二六五為二率今真

數之零數七為三率得四率三〇四〇

〇四八〇前亦仍為六空位截前十二

位得〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五即

為一〇〇〇〇〇〇七之假數不以前所得四率四

歸七因者因前所得一〇〇〇〇〇四之假數四歸七因之則微小且表內第

十八次開方數與此所求真數相近故又用比例以求其準將所得

一〇〇〇〇〇〇七之假數七歸八因得

〇〇〇〇〇〇三四七四三四即為一

一〇〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五
一〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇三四七四三
一〇〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇〇三九〇八六三

〇〇〇〇〇〇八之假數又將所得一〇

〇〇〇〇〇〇七之假數七歸九因得〇〇

〇〇〇〇〇〇三九〇八六三即為一〇〇

〇〇〇〇九之假數至於一〇〇〇〇〇〇

〇一以後之假數則并不用比例蓋五

空位零一之假數為四三四二九而前

所得十五空位零一之假數亦為四三

四二九其假數皆相同但遞退一位故

以五空位零一至九之假數從未截去

一位末位滿五以上則進一數前添一空位即得六

空位零一至九之假數以六空位零一至九之假數從末截去一位前添一空位即得七空位零一至九之假數以七空位零一至九之假數從末截去一位前添一空位即得八空位零一至九之假數以八空位零一至九之假數從末截去一位前添一空位即得九空位零一至九之假數

一〇〇〇〇六	〇〇〇〇二六〇五六八八	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇七	〇〇〇〇〇三〇三九九五五	二〇三〇一〇二九九九五六六
一〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇三四七四二一七	三〇四七七一三二一三五四七三
一〇〇〇〇九	〇〇〇〇〇三九〇八四七四	四〇六〇二〇二五九九九一三三
一〇〇〇〇一〇	〇〇〇〇〇〇〇四三四二九	五〇六九八九七〇〇〇四三三四
一〇〇〇〇一〇	〇〇〇〇〇〇〇六八八九九	六〇七七八一五一二五三三八
一〇〇〇〇一三	〇〇〇〇〇〇一三〇二八八	七〇八四五〇九九〇四〇〇一
一〇〇〇〇一四	〇〇〇〇〇〇一七三七一七	八〇九〇三三八九九八六九九
一〇〇〇〇一五	〇〇〇〇〇〇二一七一一四七	九〇九五四二四二五〇九四四
一〇〇〇〇一六	〇〇〇〇〇〇二六〇五七六	一〇〇〇四一三九二六八五一六
一〇〇〇〇一七	〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五	一〇〇〇七九一八一二四六〇五
一〇〇〇〇一八	〇〇〇〇〇〇三四七四三〇四	一〇〇一〇一三九四三三五二三一
一〇〇〇〇一九	〇〇〇〇〇〇三九〇八六三	一〇〇一〇一四六一二八〇五五六八
一〇〇〇〇二〇	〇〇〇〇〇〇〇四三三三	一〇〇一〇一七六〇九一二五九〇六
一〇〇〇〇二二	〇〇〇〇〇〇〇八六八六	一〇〇一〇二〇四一九九八二六六
一〇〇〇〇二三	〇〇〇〇〇〇〇一三〇二九	一〇〇一〇二三五〇四四八九二一三八
一〇〇〇〇二四	〇〇〇〇〇〇〇一七三七二	一〇〇一〇二五五二七二五〇五一〇
一〇〇〇〇二五	〇〇〇〇〇〇〇二一七一五	一〇〇一〇二七八七五三六〇〇九五
一〇〇〇〇二六	〇〇〇〇〇〇〇二六〇五八	一〇〇一〇三〇四三二一三七三七八
一〇〇〇〇二七	〇〇〇〇〇〇〇三〇四〇一	一〇〇一〇三〇〇八五〇〇一七一七六
一〇〇〇〇二八	〇〇〇〇〇〇〇三四七四四	一〇〇一〇三〇〇一八三三七二四七一
一〇〇〇〇二九	〇〇〇〇〇〇〇三九〇八六	一〇〇一〇三〇〇一七〇三三三三三〇
一〇〇〇〇三〇	〇〇〇〇〇〇〇〇四三三〇	一〇〇一〇三〇〇二一八九二九九〇七
一〇〇〇〇三〇	〇〇〇〇〇〇〇〇八六八九	一〇〇一〇三〇〇二五三〇五八六五六
一〇〇〇〇三三	〇〇〇〇〇〇〇〇一三〇三	一〇〇一〇三〇〇二九三三八七七六九
一〇〇〇〇三四	〇〇〇〇〇〇〇〇一七三七	一〇〇一〇三〇〇三三三〇三七五五四九
一〇〇〇〇三五	〇〇〇〇〇〇〇〇二一七一	一〇〇一〇三〇〇三七四二六四九七四八
一〇〇〇〇三六	〇〇〇〇〇〇〇〇二六〇六	一〇〇一〇三〇〇四三四〇七七四九〇
一〇〇〇〇三七	〇〇〇〇〇〇〇〇三〇四〇	一〇〇一〇三〇〇八六七七一五一五三
一〇〇〇〇三八	〇〇〇〇〇〇〇〇三四七四	一〇〇一〇三〇〇一三〇〇九三三〇二
一〇〇〇〇三九	〇〇〇〇〇〇〇〇三九〇九	一〇〇一〇三〇〇一七三三七一二八一
一〇〇〇〇四〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇四三三	一〇〇一〇三〇〇二一六六〇六一七六
一〇〇〇〇四〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇八六七	一〇〇一〇三〇〇二五九七九八九〇七二
一〇〇〇〇四三	〇〇〇〇〇〇〇〇一三〇	一〇〇一〇三〇〇三〇二九四七二五五
一〇〇〇〇四四	〇〇〇〇〇〇〇〇一七三四	一〇〇一〇三〇〇三四四〇五三二一一
一〇〇〇〇四五	〇〇〇〇〇〇〇〇二一七	一〇〇一〇三〇〇三八九一一六六二四
一〇〇〇〇四六	〇〇〇〇〇〇〇〇二六一	一〇〇一〇三〇〇〇四三四二七二八
一〇〇〇〇四七	〇〇〇〇〇〇〇〇三〇四	一〇〇一〇三〇〇〇八六八五〇二一
一〇〇〇〇四八	〇〇〇〇〇〇〇〇三四七	一〇〇一〇三〇〇〇一三〇三六八八一
一〇〇〇〇四九	〇〇〇〇〇〇〇〇三九一	一〇〇一〇三〇〇〇一七三六八三〇十
一〇〇〇〇五〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇四	一〇〇一〇三〇〇〇二一七〇九二九七
一〇〇〇〇五〇	二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇九	一〇〇一〇三〇〇〇二六〇四九八五五
一〇〇〇〇五三	三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一三	一〇〇一〇三〇〇〇三〇三八九九八
一〇〇〇〇五四	四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一七	一〇〇一〇三〇〇〇三四七二九六六九
一〇〇〇〇五五	五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二一	一〇〇一〇三〇〇〇三九〇六八八二五
一〇〇〇〇五六	六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二六	一〇〇一〇三〇〇〇四三四二九九二
一〇〇〇〇五七	七〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三〇	一〇〇一〇三〇〇〇〇八六八五八〇
一〇〇〇〇五八	八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五	一〇〇一〇三〇〇〇一三〇三八六四
一〇〇〇〇五九	九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三九	一〇〇一〇三〇〇〇一七三七一四三
一〇〇〇〇六〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四三	一〇〇一〇三〇〇〇二一七〇一四一八

明對數之目用前所得九十九數求他假數法
之一

凡求假數既得前九十九數而他數有由此乘除而
得者則以假數相加減即得所求之假數其不由

乘除而得者謂之數根

因無他數可以度量盡即算法原本所謂連比例之至

數小則其假數亦不可以加減而得然有雖為數根
而前九十九數中有為其根所生者則逆求之即
得原根之假數

如前九十九數首位既皆為單位則以

--	一〇四一三九二六八五一六
--〇	二〇四一三九二六八五一六
一〇五〇〇	三一一八九二九九〇七
一〇五二〇	三一一八九二九九〇七
一〇五〇三〇	三一一八九二九九〇七

二〇三〇	〇二九九九五五六
二〇一三〇	〇二九九九五五六
二〇〇三〇	〇二九九九五五六
二〇〇〇三	〇二九九九五五六
二〇〇〇〇	〇二九九九五五六

十乘之即為十以百乘之即為百以千乘之即為千以萬乘之即為萬故以二之假數與一十之假數相加即為二十之假數與一百之假數相加即為二百之假數與一千之假數相加即為二千之假數與一萬之假數相加即為二萬之假數又如十一之假數與一十之假數相加即為一百一十之假數以一一之假數與一百之假數相加即為一

三〇四六七一	二一二五	四七二
七〇八四五〇	九八〇	四〇〇一
二一一三二二二	一九二	九四七一
二〇三〇一〇	二九九	九五六六
一一〇四一三	九二六	八五一六
二二一三四二	四二二	六八〇八二

百零五之假數與一千之假數相加即為一千零五十之假數真數同則假數亦同但真數進一位則假數首位加一數耳又如三與七相乘得二十一則以三之假數與七之假數相加即為二十一之假數二與十一相乘得二十二則以二之假數與十一之假數相加即為二十二之假數至於二十三二十九之類則不以乘除而得是為數根若夫五

一〇六	二〇二	五三〇	五八六	五二六
二〇三	〇一〇	二九九	九五六	六
五三	一七二	四二七	五八六	九六〇

十三雖亦為數根然以五十三與二相乘則得一百零六前既得一〇六之假數則與一百之假數相加即為一百零六之假數內減二之假數即為五十三之假數由此類推數自繁衍而其不可以乘除而得者則又以累乘累除之法而得之

詳見後要未有出於前九十九數之外者也

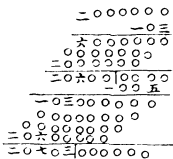
明對數之目用前所得九十九數求他假數法

之二

凡求假數其真數有以累乘而得者則以假數累加之即得所求之假數

二〇〇〇〇	四三〇一〇二九九五六六
一〇三	〇〇一二八三七二四七一
一〇〇五	〇〇〇二一六六〇六一七六
二〇七〇三	四三一六〇三三二八二一三

如二萬零七百零三為二萬與一〇三
 及一〇〇五累乘所得之數則以二萬
 之假數四三〇一〇二九九五六六
 與一〇三之假數〇〇〇二一六六〇六一七六
 二四七一及一〇〇五之假數〇〇〇
 二一六六〇六一七六相加得四三一



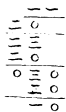
萬與一〇三及一〇〇五之三假數相
 加所得之數則其真數即知為三真數
 累乘所得之數矣乃以二萬與一〇三
 相乘得二萬零六百再以一〇〇五乘
 之得二萬零七百零三即為所求之真
 數也

明對數之目用前所得九十九數求他假數法
 之三

凡求假數而不知其真數為何數累乘而得者則以

所知前位之整數累除之除得累乘之真數則以其假數累加之即得所求之假數

如求二十三之假數而不知其為何數
累乘而得但知二十之假數為一三〇
一〇二九九五六六則以二十三為
實以二十為法除之得一一又以兩層
所減數按位相加得二二即二十與一
一相乘之數以之為法除原實二十三
得一〇四又以兩層所減數按位相加



$\frac{2299899888}{2300000000}$	$\frac{2299400}{230000}$	$\frac{2288}{2300}$
$\frac{2299899888}{00001001200000}$	$\frac{2299400}{0000560000}$	$\frac{2288}{2288}$
$\frac{09199599552}{0081600448}$	$\frac{459888}{100112}$	$\frac{11440}{00560}$

得二二八八即二二與一〇四相乘之

數以之為法除原實二十三得一〇〇

五又以兩層所減數按位相加得二二

九九四四即二二八八與一〇〇五相

乘之數以之為法除原實二十三得一

〇〇〇二又以兩層所減數按位相加

得二二九九八九九八八八即二二九

九四四與一〇〇〇二相乘之數以之

為法除原實二十三得一〇〇〇四

— 〇 〇 〇 〇 〇 〇 五	— 〇 〇 〇 〇 〇 〇 三
二二九九九八七八四	二二九九九一八八四
二二〇〇〇〇〇〇〇〇〇	二三〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二二九九九八七八四	二二九九九一八八四
〇〇〇〇〇〇一三一六〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇八一六〇〇〇〇〇〇〇〇
— 一四九九九三九二〇	六八九九九七五六五三
〇〇六六〇〇〇六〇八〇	一三一六〇二四三四八

又以兩層所減數按位相加得二二九

九九九一八八四法止用十位故第十位滿五以上者進

一數用若不即二二九九八九九八八滿五則去之

八與一〇〇〇〇四相乘之數以之為

法除原實二十三得一〇〇〇〇三

又以兩層所減數相加得二二九九九

九八七八四即二二九九九一八八

四與一〇〇〇〇三相乘之數以之

為法除原實二十三得一〇〇〇〇

$\begin{array}{r} \text{一一〇〇〇〇〇〇〇八} \\ \text{二二九九九九九八〇} \\ \text{二三〇〇〇〇〇〇〇〇} \\ \text{二二九九九九九八〇} \\ \hline \text{〇〇〇〇〇〇〇〇} \\ \text{二二九九九九九八四〇} \\ \text{〇一六〇〇〇〇〇一六〇} \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{一一〇〇〇〇〇〇二} \\ \text{二二九九九九九三四} \\ \text{二三〇〇〇〇〇〇〇〇} \\ \text{二二九九九九九三四} \\ \hline \text{〇〇〇〇〇〇〇〇六六〇〇〇〇〇〇〇〇} \\ \text{四五九九九九九八六八} \\ \hline \text{二〇〇〇〇〇〇一三二} \end{array}$
--	---

○五又以兩層所減數按位相加得二

二九九九九九三四即二二九九九

九八七八四與一〇〇〇〇〇〇〇五相

乘之數以之為法除原實二十三得一

○〇〇〇〇〇〇〇二又以兩層所減數

按位相加得二二九九九九九八〇

即二二九九九九九三四與一〇〇〇

○〇〇〇〇二相乘之數以之為法除

原實二十三得一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

一 ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ 八
 二 二 九 九 九 九 九 九 九 八
 二 三 ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
 二 二 九 九 九 九 九 九 九 八
 ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ 二 八 三 九 九 九 九 九 八 四
 ○ 一 六 ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ 一 六

八又以兩層所減數按位相加得二二

九九九九九九八即二二九九九九

九九八〇與一〇〇〇〇〇〇〇〇〇八

相乘之數以之為法除原實二十三得

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇八是知二十

三係二十與一一及一〇四一〇〇五

一〇〇〇二一〇〇〇〇〇〇四一〇〇〇

〇〇三一〇〇〇〇〇〇〇〇五〇〇〇

〇〇〇〇二一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇八

一〇四	〇〇一	九七三	〇三〇	五三〇	一三八	五三一	五九一	二三四	四〇〇
一〇〇五	〇〇〇	〇〇二	〇二二	〇三七	〇一六	〇一六	〇一四	〇九七	〇四六
一〇〇〇二	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇八	〇五八	〇五五	〇四〇	〇二二	〇八一
	〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇	〇〇一	〇八八	〇八九	〇三九	〇三九	〇三七

九三〇五一五五二四足減一〇四之

假數即以一〇四之假數書於減餘之

下相減餘〇〇〇二二七一八一五九

四足減一〇〇五之假數即以一〇〇

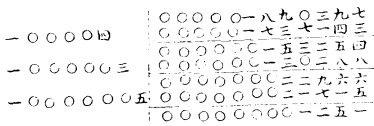
五之假數書於減餘之下相減餘〇〇

〇〇一〇五七五四一八足減一〇〇

〇二之假數即以一〇〇〇二之假數

書於減餘之下相減餘〇〇〇〇〇一

八九〇三九七足減一〇〇〇〇四之



假數即以一○○○○四之假數書於

減餘之下相減餘○○○○一五

三二五四足減一○○○○三之假

數即以一○○○○三之假數書於

減餘之下相減餘○○○○二

二九六六足減一○○○○五之

假數即以一○○○○五之假數

書於減餘之下相減餘○○○○

○○一二五足減一○○○○

				一	〇	一
		〇	〇	九	〇	
	六	八	〇	〇	〇	
五	六	〇	八	九	〇	〇
五	六	〇	八	五	六	〇
〇	〇	〇	〇	三	〇	〇
				三	〇	〇

其假數為此十一假數累加所得之數而真數即為此十一真數累乘所得之數乃以此十一真數累乘之得二十三即為所求之真數也

又如求五千六百八十九之假數而不知其為何數累乘而得但知五千六百之假數為三七四八一八八〇二七〇〇則以五千六百八十九為實以五千六百為法除之得一〇一又以兩層所

$\frac{5688827424}{568900000}$
 $\frac{5688827424}{00001725760000}$
 $\frac{1725760000}{1725760000}$
 $\frac{00191117728}{00191117728}$

$\frac{568428}{568900}$
 $\frac{568428}{00004720000}$
 $\frac{00004720000}{00004720000}$
 $\frac{0172576}{0172576}$

$\frac{5656}{5689}$
 $\frac{5656}{0033000}$
 $\frac{0033000}{028280}$
 $\frac{04720}{04720}$

減數按位相加得五六五六即五千六

百與一〇一相乘之數以之為法除原

實五千六百八十九得一〇〇五又以

兩層所減數按位相加得五六八四二

八即五六五六與一〇〇五相乘之數

以之為法除原實五千六百八十九得

一〇〇〇八又以兩層所減數按位相

加得五六八八八二七四二四即五六

八四二八與一〇〇〇八相乘之數以

—○○○○○○○○○八

—○○○○○○○○○五

五六八八九九九九五

五六八八九九九九六七

五六八八九○○○○○

五六八九○○○○○○

五六八八九九九九五

五六八八九九九六七

○○○○○○○○○五

○○○○○○○○○三

四五五一九九九九六〇

二八四四九九八三五

〇四四八八〇〇〇〇四〇

〇四五五〇〇〇一六五

為法除原實五千六百八十九得一〇

〇〇〇〇〇〇〇三又以兩層所減數按

位相加得五六八八九九九九六七即

五六八八九九九七九六與一〇〇〇

〇〇〇〇〇三相乘之數以之為法除原

實五千六百八十九得一〇〇〇〇〇

〇〇〇〇五又以兩層所減數按位相加

得五六八八九九九九五即五六八

八九九九九六七與一〇〇〇〇〇〇

五六〇〇	三七五五〇三五九三三七一
	三七四八一八八〇二七〇〇
一〇一	〇〇〇六八四七九〇六七一
	〇〇〇四三二一三七三七八
一〇〇五	〇〇〇二五六六〇六二九三
	〇〇〇二一六六〇六一七六
	〇〇〇〇三六〇四七一七

五千六百八十九之假數也若先有假

數三七五五〇三五九三三七一求真

數則視假數內足減五千六百之假數

即以五千六百之假數書於原假數之

下相減餘〇〇〇〇六八四七九〇六七

一足減一〇一之假數即以一〇一之

假數書於減餘之下相減餘〇〇〇〇二

五二六五三二九三足減一〇〇五之

假數即以一〇〇五之假數書於減餘

一〇〇〇八	〇〇〇〇三六〇四七一一七
一〇〇〇〇三	〇〇〇〇三〇四七二九六六九
一〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇一三一〇四四八
一〇〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇一三〇二八六四
一〇〇〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇〇一四一五八四
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇〇〇一三〇二九
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇〇〇〇一五五五

之下相減餘〇〇〇〇〇三六〇四七一

一七足減一〇〇〇〇八之假數即以一

〇〇〇〇八之假數書於減餘之下相減

餘〇〇〇〇〇一三一七四四八足減

一〇〇〇〇〇三之假數即以一〇〇〇〇

〇三之假數書於減餘之下相減餘〇

〇〇〇〇一四五八四足減一〇〇

〇〇〇〇三之假數即以一〇〇〇〇

〇〇〇〇三之假數書於減餘之下相減

一〇〇〇〇〇〇〇〇三	〇〇〇〇〇〇〇〇一五五五
一〇〇〇〇〇〇〇〇五	〇〇〇〇〇〇〇〇一三五三
一〇〇〇〇〇〇〇〇八	〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五二
	〇〇〇〇〇〇〇〇〇二一七
	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五
	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三五
	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

餘〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一五五五足減

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三之假數即以

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三之假數書於減餘

之下相減餘〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇二

五二足減一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五之

假數即以一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五之

假數書於減餘之下相減餘〇〇〇〇〇〇

〇〇〇〇〇〇〇〇三五足減一〇〇〇〇〇〇〇

〇〇〇〇〇〇〇〇八之假數即以一〇〇〇〇〇

○○○○○○八之假數書於減餘之
下相減恰盡是知其假數為此九假數
累加所得之數而真數即為此九真數
累乘所得之數乃以此九真數累乘之
得五千六百八十九即為所求之真數
也

求八線對數

凡求八線之假數定半徑為一百億位數既多為用愈密且真數十一位則假數首位為一〇又取其便於用也先以正弦餘弦之真數求得假數復以正弦餘弦之假數加減之即得切線割線之假數

如一分之正弦為二九〇八八八二求

其假數得六四六三七二六一一〇九

又如六十度之正弦為八六六〇二五

四〇三八求其假數得九九三七五三

一六四六三七二六一一〇九

六〇〇〇九九三七五三〇六三一七

對數用法

設如一百二十三與四百五十六相乘問得幾何

一	二	三	二	〇	八	九	九	〇	五	一	一	一	四
四	五	六	二	六	五	八	九	六	四	八	四	二	七
一	四	五	四	九	六	八	八	四	七	四	八	八	一

法以對數表之一二三之假數二〇八

九九〇五一一一四與四五六之假數

二六五八九六四八四二七相加得四

七四八八六九九五四一乃查假數四

七四八八六九九五四一所對之真數

得五六〇八八即五萬六千零八十八

為相乘所得之數也

設如三千四百五十六與二千六百七十九相乘問

得幾何

三	四	五	六	三	五	三	八	五	七	三	七	三	三	八
二	六	七	九	三	四	二	七	九	七	二	七	一	三	六
				六	九	六	六	五	四	六	四	四	七	四

法以對數表之三四五六之假數三五

三八五七三七三三八與二六七九之

假數三四二七九七二七一三六相加

得六九六六五四六四四七四因對數

表假數首位止於四真數止於五位故

將相加所得假數首位之六暫當四查

假數四九六六五四六四四七四相近

九二五八七〇〇	六九六六五五〇〇一二三
九二五八六〇〇	六九六六五四三二一六
一〇〇〇〇〇〇〇	四六九〇七
	六九六六五四四四七四
九二五八六〇〇	六九六六五四三二一六
二四	〇〇〇〇〇〇一一二五八

一率 四六九〇七
 二率 一〇〇〇〇〇〇
 三率 一一二五八
 四率 二四

畧少者為四九六六五四五三二一六

其相對之真數得九二五八六即為九

二五八六〇〇因假數首位多二數則真數必多二位又

以九二五八六〇〇之假數與九二五

八七〇〇之假數相減餘四六九〇七

為一率以九二五八六〇〇與九二五

八七〇〇相減餘一〇〇為二率今相

加所得之假數與九二五八六〇〇之

假數相減餘一一二五八為三率得四

一率 四六九〇七
二率 一〇〇
三率 一一二五八
四率 二四

率二四即真數九二五八六之後二位
之數蓋假數多四六九〇七則真數多
一百今假數多一一二五八則真數應
多二十四為比例四率也乃以所得二
四與九二五八六〇〇相加得九二五
八六二四即九百二十五萬八千六百
二十四為相乘所得之數也大凡真數
三四位以後其假數之較相差無多故
真數即可與假數為比例若用前累乘

累除之法固為甚密然較之比例則難而得數相同此對數表所以止於五位也

設如三千七百四十四以十六除之問得幾何

三	七	四	四	三	五	七	三	三	五	八	四	〇	一
一	六	一	二	〇	四	一	一	九	九	八	二	七	
二	三	四	二	三	六	九	二	一	五	八	五	七	

法以對數表之三七四四之假數三五七三三五八四〇一內減一六之假數一二〇四一一九九八二七餘二二六九二一五八五七四乃查假數二二六九二一五八五七四所對之真數得

二三四即二百三十四為歸除所得之

數也

設如有米三十二石令一千零二十四人分之問每

人應得幾何

法以對數表之三二之假數首位加二

為三五〇五一四九九七八三因法之假數大

於實之假數故以實之假數加二即如以實之真數加兩空位也內減

一〇二四之假數三〇一〇二九九九

五六六餘〇四九四八五〇〇二一七

三二〇〇|三五〇五一四九九七八三
一〇二四|三〇一〇二九九九五六六
三一二五|〇四九四八五〇〇二一七

三二〇〇	三五〇	五一四	九九七	八三
一〇二四	三〇一〇	二九九	九五六	六
三一二五	〇四九	四八五	〇〇二	一七

因假數首位為〇即知真數應得單位

其得數首位為升仍以假數首位加三

查三四九四八五〇〇二一七所對之

真數得三一二五

因真數得四位故將假數首位作三查表

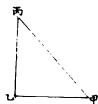
若真數求五位則將假數首位作四查表或五位後仍有餘數則用比例求之

即三升一合二勺五撮為每人所應得

之數也

設如甲乙丙直角形甲角五十度丙角四十度甲乙

邊十二丈求丙乙邊丙甲邊各幾何



五〇〇〇	九八八四二五三九六六五
一二〇〇〇	四〇七九一八一二四六〇
四〇〇〇	一三九六三四三五二一二五
一四三〇	九八〇八〇六七四九六七
	〇四一五五三六七七一五八

法以甲角五十度之正弦假數九八八
 四二五三九六六五與甲乙邊十二丈
 作一二之假數四〇七九一八一二四
 六〇相加得一三九六三四三五二一
 二五內減丙角四十度之正弦假數九
 八〇八〇六七四九六七餘四一五五
 三六七七一五八為丙乙邊之假數查
 假數相近所對之真數得一四三〇一
 即一十四丈三尺零一分為丙乙邊也

九〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一二〇〇〇	四〇七九一八一二四六〇
	一四〇七九一八一二四六〇
四〇〇〇	九八〇八〇六七四九六七
一八六六九	〇四二七一—一—三七四九三

求丙甲邊則以乙角九十度之正弦假

數一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

即半徑假

數與甲乙邊十二丈之假數四〇七九

一八一二四六〇相加得一四〇七九

一八一二四六〇內減丙角四十度之

正弦假數九八〇八〇六七四九六七

餘四二七一一一三七四九三為丙甲

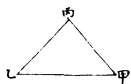
邊之假數查假數相近所對之真數得

一八六六九即一十八丈六尺六寸九

分為丙甲邊也

設如甲乙丙三角形甲角五十度甲乙邊十六丈甲丙邊十二丈問丙角乙角及一丙邊各若干

法以甲乙邊十六丈與甲丙邊十二丈相加得二十八丈為邊總甲乙邊與甲丙邊相減餘四丈為邊較甲角五十度與一百八十度相減餘一百三十度折半得六十五度為半外角乃以邊較四丈作四之假數三六〇二〇五九九



四〇〇〇	三六〇二〇五九九九一三
六五〇〇	一〇三三一三二七四五二二
	一三九三三三八七四四三五
二八〇〇〇	四四四七一五八〇三一三
一七〇二	〇九四八六二二九四一三二

九一三與半外角六十五度之正切假

數一〇三三一三二七四五二二相加

得一三九三三三八七四四三五內減

邊總二十八丈〇作二〇〇八之假數四四四

七一五八〇三一三餘九四八六二二

九四一二二為半較角正切之假數查

正切假數相近所對之真數得十七度

二分為半較角與半外角相加得八十

二度二分為對甲乙大邊之丙角與半

五〇〇〇	九八八四二五三九六六五
一六〇〇〇	四二〇四一一九九八二七
	一四〇八八三七三九四九二
八二〇二	九九九五七八八二〇九八
一二三七六	〇四〇九二五八五七三九四

外角六十五度相減餘四十七度五十

八分為對甲丙小邊之乙角也又求丙

乙邊則以五十度之正弦假數九八八

四二五三九六六五與十六丈

〇作一六〇〇

之假數四二〇四一一九九八二七相

加得一四〇八八三七三九九二內

減丙角八十二度二分之正弦假數九

九九五七八八二〇九八餘四〇九二

五八五七三九四為丙乙邊之假數查



假數相近所對之真數得一二三七六
即一十二丈三尺七寸六分為丙乙邊
也凡真數用加減然後比例者須以真
數加減得數再查假數依法算之餘皆
做此

設如六十四自乘問得幾何

法以對數表之六四之假數一八〇六
一七九九七四〇用二因之得三六一
二三五九九四八〇仍查假數所對之

六四一八〇六一七九九七四〇
二
四〇九六三六一二三五九九四八〇

真數得四〇九六即四千零九十六為
自乘所得之數也蓋自乘兩數相同則
其兩假數亦相同故二因之即如二假
數相加也

設如正方面積三百六十一尺開平方問每一邊數
幾何

法以對數表之三六一之假數二五五
七五〇七二〇一九折半得一二七八
七五三六〇〇九仍查假數所對之真

$$\begin{array}{r} 361 \mid 25575072019 \\ 19 \mid \underline{12787536009} \end{array}$$

數得一九即一十九尺為開平方所得
 每邊之數也蓋正方面積之假數乃以
 每邊之假數加倍所得之數故折半即
 得每邊之假數對其真數即得每邊之
 數也

設如正方面積一百五十二萬二千七百五十六尺
 開平方問每一邊數幾何

法先以方積前五位一五二二七查得
 假數為四一八二六一四三四七七因

一率 一〇〇
 二率 二八五二〇四
 三率 五六
 四率 一五九七一四

一五二二七〇〇	六一八二六一四三三七七
五六	一五九七一四
一五二二七五六	六一八二六三〇三一九一
一二三四	三〇九一三一五一五九六

百則假數多二八五二〇四今真數多
 五十六則假數應多一五九七一四為
 比例四率也乃以所得四率與一五二
 二七〇〇之假數相加得六一八二六
 三〇三一九一即為一五二二七五六
 之假數折半得三〇九一三一五一五
 九六仍查假數所對之真數得一二三
 四即一千二百三十四尺為開平方所
 得每邊之數也

一五二二七〇〇	六一八二六一四三四七七
一二三四	三〇九一三〇七一七三八

又捷法以一五二二七之假數首位加

二得六一八二六一四三四七七即為

一五二二七〇〇之假數折半得三〇

九一三〇七一七三八查假數相近畧

大者蓋一五二二七〇〇之假數畧少

折半之假數亦必畧少於一二三四之假數亦取畧大者用之對其真

數得一二三四即為每邊之數也此法

因方根止四位查表即得不用比例故

以方積前五位查表後有幾位則假數

首位加幾數折半查假數相近者即可
得之若方根過五位以上者須用比例
則以方積查假數亦須用比例方得密
合

設如正方面積一百五十二兆四千一百五十七億
六千五百二十七萬九千三百八十四尺問每一
邊數幾何

法以方積前五位一五二四一查得假
數為四一八三〇一三四六三一因方

一五二四一	四一八三〇	一三四六三一
一五二四一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇
一五二四一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一四一八三〇
一五二四二	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一四一八三〇
一五二四一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	四一九五七三
一五二四一	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一四一八三〇
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一三四六三一
		二八四九四二

積係十五位今止查得五位仍餘十位

故將假數首位之四加十得一四一八

三〇一三四六三一即為一五二四一

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇之假數又以

一五二四一

與一五二四二

〇相減截用六空位得一〇〇〇〇〇

〇為一率以一五二四一之假數與一

五二四二之假數相減餘二八四九四

大〇九一五一四九四五四	一二三四六〇〇〇七〇九一五〇六二六二六
一二三四五〇〇〇	一二三四五〇〇〇
六六八	六〇九一四九一〇九四三
〇〇〇〇〇二三八五一	一〇〇〇〇〇〇〇〇三五一七八三

假數折半得七〇九一五一四九四五

四因假數首位為七即知真數應得八

位今對數表假數首位止於四真數止

於五位故將折半所得假數首位之七

減去三得四〇九一五一四九四五四

查假數相近畧少者為四〇九一四九

一〇九四三對其真數得一二三四五

即為一二三四五〇〇〇〇

因假數首位多三數則真

數進三位 又以一二三四五〇〇〇之假數

一率 三五二七八三

二率 一〇〇〇

三率 二三八五一

四率 六七八

與一二三四六〇〇〇之假數相減餘

三五一七八三為一率以一二三四五

〇〇〇與一二三四六〇〇〇相減餘

一〇〇〇〇為二率今折半所得之假數

與一二三四五〇〇〇之假數相減餘

二三八五一為三率得四率六七八

與一二三四五〇〇〇相加得一二三

四五六七八即一千二百三十四萬五

千六百七十八尺為開平方所得每一

邊之數也

設如勾二十七尺股三十六尺求弦若干

二	七	一	四	三	一	三	六	三	七	六	四	二		
七	二	九	二	八	六	二	七	二	七	五	二	八	四	
三	六	一	五	五	六	三	〇	二	五	〇	〇	八	六	
一	二	九	六	三	一	一	二	六	〇	五	〇	〇	一	六

法以對數表之二七之假數一四三一
三六三七六四二倍之得二八六二七
二七五二八四為勾自乘之假數仍查
假數所對之真數得七二九為勾自乘
之真數又以三六之假數一五五六三
〇二五〇〇八倍之得三一一二六〇
五〇〇一六為股自乘之假數仍查假

二〇二五	三三〇六	四二五〇	二七六
四五	一六五	三二一	二五三八

數所對之真數得一二九六為股自乘

之真數兩自乘之真數相加

不以兩自乘之假數

相加者蓋假數相加則是相乘故必對其真數然後相加也

得二〇

二五為弦自乘之真數查其假數得三

三〇六四二五〇二七六折半得一六

五三二一二五一三八仍查假數所對

之真數得四五即四十五尺為開方所

得之弦數也

設如三十六自乘再乘問得幾何

三六一五五六三〇二五〇〇八
四六六五六四六六八九〇七五〇二四

法以對數表之三六之假數一五五六

三〇二五〇〇八用三因之得四六六

八九〇七五〇二四仍查假數所對之

真數得四六六五六即四萬六千六百

五十六為自乘再乘所得之數也蓋自

乘再乘係以方根乘二次則假數亦加

二次故以方根之假數三因之即如以

方根之假數加二次也其或位數多者

依乘法之例推之

設如正方體積一萬三千八百二十四尺開立方問
每一邊數幾何

一	三	八	二	四	四	一	四	〇	六	三	三	七	二	五	一
二	四				一	三	八	〇	二	一	一	二	四	一	七

法以對數表之一三八二四之假數四
一四〇六三三七二五一用三歸之得
一三八〇二一一二四一七仍查假數
所對之真數得二四即二十四尺為開
立方所得每邊之數也蓋正方體積之
假數乃以每邊之假數三因所得之數
故三歸之即得每邊之假數對其真數

即得每邊之數也其或位數多者依平方之例推之

設如方根一十六尺問三乘方積幾何

一六 一 二〇 四 一 一 九 九 八 二 七
六 五 五 三 六 四 八 一 六 四 七 九 九 三 〇 八

法以對數表之一六之假數一二〇四
一一九九八二七用四因之得四八一
六四七九九三〇八仍查假數所對之
真數得六五五三六即六萬五千五百
三十六尺為三乘方之積數也蓋三乘
方係以方根乘三次則其假數亦加三

次故以方根之假數四因之即如以方
根之假數加三次也其或位數多者亦
依乘法之例推之

設如三乘方積二萬零七百三十六尺問方根幾何

二〇七三六 | 四三一六七二四九八四二
—二— | —一— | 七九一八一— | 二四六〇

法以對數表之二〇七三六之假數四
三一六七二四九八四二用四歸之得
一〇七九一八一—二四六〇仍查假數
所對之真數得一二即一十二尺為開
三乘方所得方根之數也蓋三乘方積

一	方根
二	平方
三	立方
四	乘四乘
五	乘

六	五乘
七	乘七乘
八	乘乘九乘
九	乘
一〇	乘

之假數乃以方根之假數四因所得之

數故四歸之即得方根之假數對其真

數即得方根之數也其或位數多者亦

依平方之例推之大凡開諸乘方之理

亦皆由於連比例蓋方根為連比例第

一率平方積為第二率立方積為第三

率三乘方積為第四率四乘方積為第

五率五乘方積為第六率六乘方積為

第七率七乘方積為第八率八乘方積

為第九率九乘方積為第十率

與借根方比例

定位表同

以第一平方根之假數各以率數

乘之即得各乘方積之假數而以各乘方積之假數各以率數除之亦即得第一平方根之假數故由三乘方而進之四乘方求積則用五因求根則用五歸五乘方求積則用六因求根則用六歸推之至於九乘方求積則用十因求根則用十歸即至於一百乘方則以方根

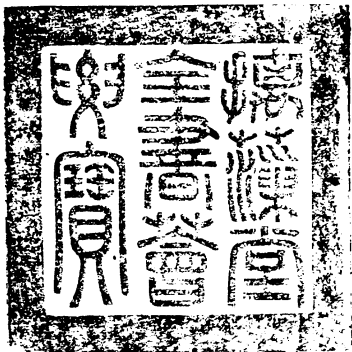
之假數用一百零一乘之即得方積之
假數以方積之假數用一百零一除之
即得方根之假數乘除之數愈繁愈見
對數之易此對數之大用也

こころいふこと

御製數理精蘊下編

八十三

御製數理精蘊下編卷三十八



總校官庶吉士臣張能照

校對官中官正臣郭長發

謄錄監生臣胡先鳴

繪圖監生臣李鈞